

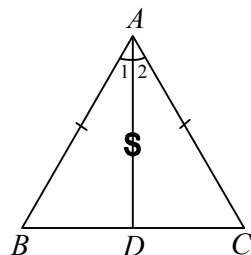
Равнобедренный треугольник. Определение, свойства

Треугольник называется **равнобедренным**, если две его стороны равны. Равные стороны называются **боковыми сторонами**, а третья сторона – **основанием** равнобедренного треугольника.

На рисунке 1 $\triangle ABC$ – равнобедренный, $AB = BC$, AB и BC – боковые стороны, AC – основание.

Теорема. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

Рис. 1



Дано: $\triangle ABC$ – равнобедренный,
 $AB = BC$.

Доказать: $\angle B = \angle C$.

Доказательство

Проведём биссектрису AD $\triangle ABC$.

Рассмотрим получившиеся треугольники ABD и ACD : $AB = AC$ по условию теоремы; AD – общая сторона; $\angle 1 = \angle 2$, так как AD – биссектриса $\triangle ABC$. Следовательно, $\triangle ABD = \triangle ACD$ по I признаку равенства треугольников (по двум сторонам и углу между ними).

В равных треугольниках соответствующие элементы равны, поэтому $\angle B = \angle C$.

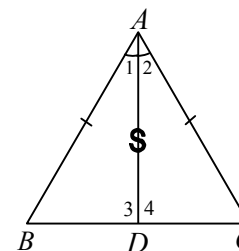
Итак, в равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

Ч.т.д.

Признак равнобедренного треугольника (теорема, обратная первому свойству равнобедренного треугольника). Если два угла треугольника равны, то треугольник равнобедренный.

Теорема. В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведённая к основанию, является медианой и высотой.

Рис. 2



Дано: $\triangle ABC$ – равнобедренный,
 $AB = AC$,
 AD – биссектриса.

Доказать: AD – медиана,
 AD – высота.

Доказательство

В ходе предыдущего доказательства было установлено, $\triangle ABD = \triangle ACD$. Из равенства треугольников следует равенство соответствующих элементов, поэтому $BD = CD$ и $\angle 3 = \angle 4$.

Так как $BD = CD$, то точка D – середина стороны BC , и поэтому AD – медиана $\triangle ABC$.

Так как $\angle 3$ и $\angle 4$ – смежные и равны, то они прямые. Следовательно, отрезок AD – высота $\triangle ABC$.

Итак, в равнобедренном треугольнике биссектриса, проведённая к основанию, является медианой и высотой.

Ч.т.д.

Так как биссектриса, медиана и высота равнобедренного треугольника, проведённые к основанию, совпадают, поэтому верны следующие утверждения.

Высота равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, является медианой и биссектрисой.

Медиана равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, является высотой и биссектрисой.